PART5 関数の最大・最小

要点 ① 関数の最大・最小

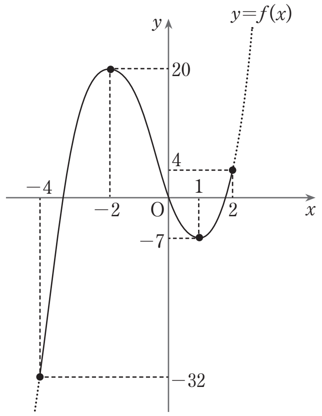
関数 $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ の区間 $-4 \leqq x \leqq 2$ における最大値，最小値を求める。

$$f'(x)=6x^2+6x-12=6\left(x^2+x-2\right)=6(x+2)(x-1)$$

$f'(x)=0$ となるのは $x=-2$，1 のとき

よって，区間 $-4 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の増減表は以下。

x		$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	20	↘	-7	↗	



したがって，$f(x)$ は

$x=$ 　　で最大値

$x=$ 　　で最小値

をとる。

関数 $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ において，極大値 20 は最大値であるが，極小値 -7 は最小値ではない。

一般に，区間 $a \leqq x \leqq b$ で定義された関数の最大値，最小値は，この区間内の極値と，区間の両端における関数の値を比較して求める。

[MEMO]

5 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $f(x)=x^3-6x^2+9x+1 \quad \left(\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 5\right)$

(2) $f(x)=-2x^3-6x^2+4 \quad (-1 \leqq x \leqq 1)$

Point Pickup

関数の最大・最小

関数 $f(x)$ の，ある区間における最大値，最小値を求める手順は以下。

① 導関数 $f'(x)$ を求める。

② $f'(x)=0$ となる実数 x の値を求める。この x の値が極値をとる x の候補。

③ ②で求めた x の値が区間内であれば，その値の前後における $f'(x)$ の符号を調べ，増減表をかく。

④ 区間内の極値と，区間の端における関数の値を増減表に記入し，最大値，最小値を求める。

第 17 講 PART5 確認問題

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

1 $f(x)=-x^3+12x-7 \quad (-3 \leqq x \leqq 5)$

$x=$ [ア] のとき，最大値 [イ]

$x=$ [ウ] のとき，最小値 $-$ [エオ]

2 $f(x)=x^3-3x^2+5 \quad (1 \leqq x \leqq 3)$

$x=$ [カ] のとき，最大値 [キ]

$x=$ [ク] のとき，最小値 [ケ]

PART5 関数の最大・最小

5 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $f(x)=x^3-6x^2+9x+1 \quad \left(\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 5\right)$

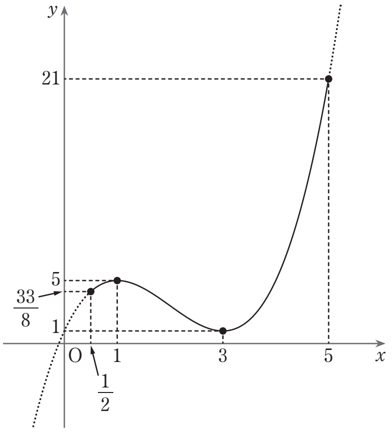
(2) $f(x)=-2x^3-6x^2+4 \quad (-1\leqq x\leqq 1)$

[解答]

(1) $f(x)=x^3-6x^2+9x+1$ より　$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

よって，$f(x)$ の増減表は以下。

x	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\frac{33}{8}$	↗	5	↘	1	↗	21



したがって

$x=5$ で最大値 21

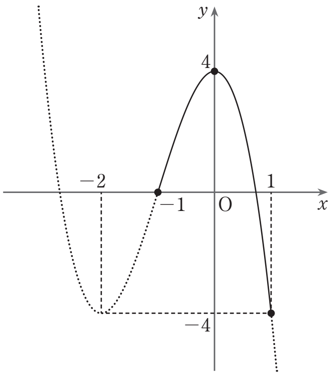
$x=3$ で最小値 1

をとる。

(2) $f(x)=-2x^3-6x^2+4$ より　$f'(x)=-6x^2-12x=-6x(x+2)$

よって，$f(x)$ の増減表は以下。

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	4	↘	-4



したがって

$x=0$ で最大値 4

$x=1$ で最小値 -4

をとる。

第17講　PART5 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：9，ウ：5，エオ：72

[解説]

$f(x)=-x^3+12x-7$ より

$$f'(x)=-3x^2+12=-3(x^2-4)=-3(x+2)(x-2)$$

$f'(x)=0$ とすると　$x=-2,\ 2$

よって，区間 $-3\leqq x\leqq 5$ における $f(x)$ の増減表は次のようになる。[A]

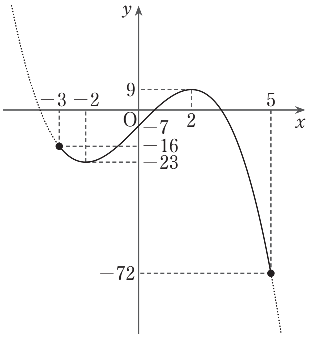
x	-3	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$	5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-16	↘	-23	↗	9	↘	-72

したがって，$f(x)$ は

$x=2$ で，最大値 **9** [B]

$x=5$ で，最小値 **-72**

をとる。



[A]　定義域の $-3\leqq x\leqq 5$ の範囲で増減表をかく。

[B]　区間内の極値と，区間の端における関数の値を比較し，最大値，最小値を求める。

2 [正解] カ：3，キ：5，ク：2，ケ：1

[解説]

$f(x)=x^3-3x^2+5$ より

$$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$$

$f'(x)=0$ にすると　$x=0,\ 2$

よって，区間 $1 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の増減表は次のようになる。[C]

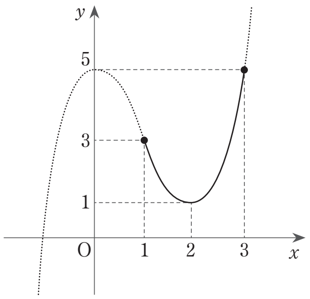
x	1	…	2	…	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	↘	1	↗	5

したがって，$f(x)$ は

$x=3$ で，最大値 **5** [D]

$x=2$ で，最小値 **1**

をとる。



[C]　定義域の $1 \leqq x \leqq 3$ の範囲で増減表をかく。

[D]　区間内の極値と，区間の端における関数の値を比較し，最大値，最小値を求める。